

$\text{Vrai}_{\Sigma_1}(x) \equiv \exists y$   $y$  représente un couple  $(n, r)$  et  
 $x$  est le nombre de Gödel d'une formule sous la forme  
 $"\exists \alpha P(\alpha)"$  ou " $P$ " est constructive et  $r$  est le nombre de Gödel  
 d'un calcul montrant que la formule " $P$ " obtenue en remplaçant  
 les occurrences libres de  $\alpha$  dans  $P$  par le numeral du nombre  $n$   
 est vraie.

$r_y = \text{subst}(t, y) \equiv t$  n'est pas le nombre de Gödel d'une formule et  $r_y = 0$   
 ou  $t$  est le nombre de Gödel d'une formule " $T$ " et  $r_y$  est le nombre  
 de Gödel de la formule obtenue en remplaçant dans  $T$  les  
 occurrences libres de la variable " $x$ " par le numeral du nombre  $y$ .

$D = \text{Vrai}_{\Sigma_1}(\text{subst}(x, x))$  ayant le nombre de Gödel  $d$

$K = \text{Vrai}_{\Sigma_1}(\text{subst}(\bar{d}, \bar{d}))$  ayant le nombre de Gödel  $k$   
 alors  $\text{subst}(d, d) = k$

$\vdash K \leftrightarrow \text{Vrai}_{\Sigma_1}(\bar{k})$

Donc  $K \equiv \exists y$   $y$  représente  $(n, r)$  et  $K$  est une formule " $\exists \alpha P(\alpha)$ "  $P$   
 constructive et  $r$  est le nombre de Gödel d'un calcul montrant que la formule  
 $P'$  obtenue en substituant les occurrences libres de  $\alpha$  dans  $P$  par le numeral de  $n$  est vraie

mais on connaît la forme de  $K$  donc

$K \equiv \exists y$   $y$  repr  $(n, r)$  et  $r$  est le nombre de Gödel d'un calcul montrant  
 que la formule suivante est vraie: " $\bar{n}$  représente un couple  $(n', r')$ "

$\bar{k} = \text{subst}(\bar{d}, \bar{d})$  est le nombre de Gödel d'une formule sous la forme  
 $"\exists \alpha P(\alpha)"$  ou " $P$ " est constructive et  $r'$  est le nombre de Gödel d'un calcul  
 montrant que la formule " $P$ " obtenue en remplaçant dans  $P$  les occurrences  
 libres de  $\alpha$  par le numeral du nombre  $n'$  est vraie"