

• Def :  $\Box A \equiv \Diamond \perp \vee \Box A$

Z: Axiomes et Règles

• PL  $\frac{}{A}$  A tautologie

• MP  $\frac{A \rightarrow B}{A}$   
B

• RE  $\frac{A \leftrightarrow B}{\Box A \leftrightarrow \Box B}$

• Back def  $\Box$  :  $\Box A \leftrightarrow (\Box A \wedge \Diamond A)$

• K for  $\Box$  :  $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$

• bil for  $\Box$  :  $\Box(\Box A \rightarrow A) \rightarrow \Box A$

• Nec for  $\Box$  :  $\frac{A}{\Box A}$

• Soit la transformation modale  $t_{\frac{G}{Z}}^G$  définie par :

$t_{\frac{G}{Z}}^G(\top) = \top, t_{\frac{G}{Z}}^G(\perp) = \perp, t_{\frac{G}{Z}}^G(A \rightarrow B) = t_{\frac{G}{Z}}^G(A) \rightarrow t_{\frac{G}{Z}}^G(B)$ , etc

et  $t_{\frac{G}{Z}}^G(\Box A) = \Box t_{\frac{G}{Z}}^G A \wedge \Diamond t_{\frac{G}{Z}}^G(A)$

• Soit la transformation modale  $t_{\frac{Z}{G}}^Z$  définie par :

$t_{\frac{Z}{G}}^Z(\top) = \top, \dots$

et  $t_{\frac{Z}{G}}^Z(\Box A) = \Diamond \perp \vee \Box t_{\frac{Z}{G}}^Z(A)$

Thm : 1)  $Z \vdash t_{\frac{Z}{G}}^Z \circ t_{\frac{G}{Z}}^G(A) \leftrightarrow A$

for any A

2)  $G \vdash t_{\frac{G}{Z}}^G \circ t_{\frac{Z}{G}}^Z(B) \leftrightarrow B$

for any B

3)  $Z \vdash A$  iff  $G \vdash t_{\frac{G}{Z}}^G(A)$

for any A

4)  $G \vdash B$  iff  $Z \vdash t_{\frac{Z}{G}}^Z(B)$

for any B